

## PHPSimplex: โปรแกรมออนไลน์สำหรับคำนวณกำหนดการเชิงเส้น PHPSimplex: The Online Program for Linear Programming Calculation

ประสพชัย พสุนนท์<sup>1</sup>  
ชนิสรา ประยงค์หอม<sup>2</sup>

Prasopchai Pasunon<sup>1</sup>  
Chanisara Prayonghom<sup>2</sup>

Received: February 10, 2021 Revised: April 27, 2021 Accepted: May 11, 2021

### บทคัดย่อ

บทความวิชาการนี้มีวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ PHPSimplex เป็นโปรแกรมออนไลน์ที่ไม่มีค่าใช้จ่าย เหมาะสำหรับการหาผลเฉลยของกำหนดการเชิงเส้น การเรียกใช้งานโปรแกรมมีความง่ายและสะดวกทั้งอุปกรณ์คอมพิวเตอร์และโทรศัพท์อัจฉริยะ โดยเรียกใช้งานจากเว็บไซต์ <http://www.phpsimplex.com> ทำให้การเรียนการสอนและการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกำหนดการเชิงเส้นมีอีกหนึ่งแนวทางที่สะดวกในการหาผลเฉลย

**คำสำคัญ:** กำหนดการเชิงเส้น โปรแกรมออนไลน์ PHPSimplex

### Abstract

This academic article is aimed to introduce PHPSimplex, a free online program, that is suitable for finding solutions of linear programming. Usage of the program is convenient and compatible with computer and smart phone by accessing from the following URL: <http://www.phpsimplex.com>. Thus, there is an alternative way to find solutions for teaching and research related to linear programming.

**Keywords :** Linear programming, PHPSimplex Online Program

---

<sup>1, 2</sup> คณะวิทยาการจัดการ มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตสารสนเทศเพชรบุรี  
Faculty of Management Sciences, Silpakorn University Petchaburi IT Campus

<sup>1</sup> Corresponding Author E-mail: [pasunon@gmail.com](mailto:pasunon@gmail.com)

## บทนำ

การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันนี้ สามารถหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้สะดวกขึ้น ผ่านโปรแกรมการคำนวณ ดังเช่นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับ “กำหนดการเชิงเส้น” (Linear Programing) หรืออาจเรียกว่า “การโปรแกรมเชิงเส้น” ตามพจนานุกรมศัพท์สถิติศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา (2558) นิยามไว้ว่า “กำหนดการเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น และเงื่อนไขข้อบังคับเป็นสมการหรือสมการ โดยที่ตัวแปรฟังก์ชันจุดประสงค์อยู่ภายใต้ข้อจำกัดว่ามีค่าที่ไม่เป็นลบ” สำหรับปัญหาของกำหนดการเชิงเส้นมีการจัดการเรียนการสอนทั้งในระดับมัธยมศึกษาและในระดับอุดมศึกษา ต่างกันที่ความยากในการคำนวณตัวแบบของกำหนดการเชิงเส้น

แนวทางหนึ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนหรือผู้ที่ต้องการหาผลเฉลย (Solution) หรือคำตอบของปัญหา กำหนดการเชิงเส้น คือ การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการคำนวณ เช่น ModelCenter AIMMS (หรือ Advanced Interactive Multidimensional Modeling System) LINDO (หรือ Linear Interactive Discrete Optimizer) PCX (Interior-Point Linear Programming Solver) FORTRAN (FORmula TRANslator) LIONsolver (Learning and Intelligent Optimization) เป็นต้น อย่างไรก็ตาม โปรแกรมเหล่านั้นเป็นโปรแกรมออฟไลน์ แล้วมีค่าใช้ในการใช้ซอฟต์แวร์ซึ่งหากเป็นการคำนวณ ในการวิจัยที่ซับซ้อนและมีจำนวนตัวแปรที่มากก็อาจต้องใช้โปรแกรมเหล่านั้นในการคำนวณ นอกจากนี้ ฟังก์ชัน Solver ใน Microsoft Excel ก็สามารถใช้ในการหาผลเฉลยได้ แต่จะไม่ขอกว่าในบทความนี้ เพราะมีผู้แนะนำเอาไว้ในทั้งบทความและตำราวิชาการจำนวนหนึ่งแล้ว

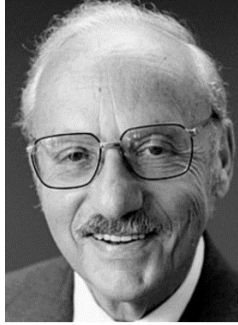
สำหรับโปรแกรมออนไลน์ (Online Program) ดูจะเข้ากับยุคสมัยได้เป็นอย่างดี โดยเฉพาะในยุคที่คอมพิวเตอร์และอินเทอร์เน็ต (หรือ Wi-Fi) เข้าถึงได้ง่าย รวมไปถึงการคำนวณดังกล่าวสามารถดำเนินการผ่านโทรศัพท์อัจฉริยะ (Smart Phone) ดังนั้น ในบทความนี้ จึงจะนำเสนอโปรแกรมออนไลน์ที่ไม่ต้องเสียค่าใช้จ่ายในการนำมาคำนวณและเป็นโปรแกรมที่มีการใช้งานง่ายและสะดวก สำหรับหาผลเฉลยของกำหนดการเชิงเส้น นั่นคือ โปรแกรม PHPSimplex

## วัตถุประสงค์ของบทความ

เพื่อนำเสนอโปรแกรม PHPSimplex (ซึ่งเป็นโปรแกรมออนไลน์) ในการหาผลเฉลยของกำหนดการเชิงเส้น

## กำหนดการเชิงเส้น

กำหนดการเชิงเส้นเป็นการจัดสรรทรัพยากรที่มี เช่น แรงงาน เครื่องจักร วัตถุดิบ เวลา เพื่อก่อให้เกิดประโยชน์สูงสุด โดยอาศัยตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modelling) ในการอธิบายและแก้ปัญหาที่ดีที่สุด (หรือเหมาะสมที่สุด) ตามวัตถุประสงค์เป้าหมายที่ตั้งไว้ สอดคล้องกับเงื่อนไขอื่นๆ โดยตัวแบบดังกล่าวเป็นแบบเชิงเส้น (Linear Model) หรือเป็นสมการเส้นตรง และกำหนดการเชิงเส้นเป็นเทคนิคการวิเคราะห์เชิงปริมาณที่สำคัญและใช้กันอย่างแพร่หลายในการแก้ปัญหาต่างๆ



ภาพที่ 1 จอร์จ เบอร์นาร์ด แคนท์ซิก (George Bernard Dantzig)

กำหนดการเชิงเส้นเป็นสาขาวิชาที่เกิดจากนักคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์หลายท่าน เริ่มต้นครั้งแรกในช่วงต้นศตวรรษที่ 19 โดยมีแนวคิดเกี่ยวกับการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด จวบจนในสงครามโลกครั้งที่ 2 ได้มีการนำแนวทางของกำหนดการเชิงเส้นเข้าไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ โดยเฉพาะในการขนส่งที่มีประสิทธิภาพ จากนั้นในปี ค.ศ. 1947 จอร์จ เบอร์นาร์ด แคนท์ซิก (George Bernard Dantzig) (O'Connor & Robertson, 2003) ได้พัฒนาวิธีการซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ในการแก้ปัญหาของกำหนดการเชิงเส้นทำให้สามารถหาค่าเฉลยได้อย่างมีประสิทธิภาพและแม่นยำ จนกระทั่งวิวัฒนาการคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะและประสิทธิภาพเพิ่มสูงขึ้น ทำให้การคำนวณและการแสดงผลลัพธ์ของปัญหาจากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นทำได้ง่ายและรวดเร็ว ส่งผลให้มีการนำการโปรแกรมไปประยุกต์ใช้อย่างแพร่หลาย เดนท์ซิก เคยกล่าวไว้ว่า “True optimization is the revolutionary contribution of modern research to decision processes” (Dantzig, 1965)

สำหรับโครงสร้างของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นมีส่วนประกอบ ดังนี้

1. **ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variable)** คือ สิ่งที่ต้องการหาผลลัพธ์จากตัวแบบ แทนด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C,  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  เป็นต้น

สมมติว่าโรงงานไทยขณะต้องการทราบว่า ควรจะผลิตพัดลมและเครื่องปรับอากาศอย่างละกี่เครื่อง จึงจะทำให้โรงงานได้กำไรมากที่สุด กำหนด  $X_1$  และ  $X_2$  แทนจำนวนของการผลิตพัดลมและเครื่องปรับอากาศ ตามลำดับ

2. **ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function)** เป็นสมการเชิงเส้น ในตัวแบบนั้นมีเพียง 1 ฟังก์ชัน อาจมีเป้าหมายในการหาค่าสูงสุด (Maximize) หรือค่าต่ำสุด (Minimize) อย่างไรก็ดีอย่างหนึ่งเท่านั้น เช่น การทำกำไรสูงสุด การมีต้นทุนต่ำสุด การใช้จำนวนแรงงานน้อยที่สุด การทำยอดขายมากที่สุด เป็นต้น รูปแบบฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขึ้นกับเป้าหมายเป็นค่าสูงสุดหรือต่ำสุด (มี 2 รูปแบบ) ดังนี้

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$$\text{Max } Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_nX_n$$

กรณีเป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ค่าสูงสุด

หรือ 
$$\text{Min } Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_nX_n$$

กรณีเป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ค่าต่ำสุด

โดย  $Z$  คือ ผลรวมเชิงเส้นของฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$c_j$  คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัดสินใจที่  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) โดยอาจหมายถึงกำไรต่อหน่วยหรือต้นทุนต่อหน่วย และสมมติว่ามีสินค้าที่ต้องการผลิต  $n$  อย่าง

กรณีโรงงานไทยขณะเป้าหมาย คือ ต้องการกำไรสูงสุดแทนด้วย  $Z$  หากผลิตพัดลม 1 เครื่องจะได้กำไร 550 บาท แต่หากผลิตเครื่องปรับอากาศ 1 เครื่องได้กำไร 2,000 บาท ดังนั้น ถ้าผลิตพัดลมและ

เครื่องปรับอากาศจำนวน  $X_1$  และ  $X_2$  เครื่อง ตามลำดับ จะได้กำไร คือ  $Z = 550X_1 + 2,000X_2$  เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

**3. เงื่อนไขบังคับ (Constraints)** แสดงในรูปสมการ (=) หรืออสมการ ( $\leq$  หรือ  $\geq$ ) ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงขอบเขตของทรัพยากรที่มี โดยอาจจะเป็นความต้องการหรือเงื่อนไขต่างๆ ของปัญหา ซึ่งมีความสัมพันธ์กับตัวแปรการตัดสินใจ โดยเงื่อนไขข้อบังคับแต่ละอันมีลักษณะเชิงเส้น ดังนี้

เงื่อนไขบังคับ

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n (= \text{หรือ } \leq \text{ หรือ } \geq) b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n (= \text{หรือ } \leq \text{ หรือ } \geq) b_2$$

⋮

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n (= \text{หรือ } \leq \text{ หรือ } \geq) b_m$$

โดยที่  $a_{ij}$  คือสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัดสินใจที่  $j$  ภายใต้เงื่อนไขข้อบังคับที่  $i$  เป็นค่าคงที่ (Constant) ที่แสดงการใช้ทรัพยากร ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) และ  $b_i$  คือ ค่าความมีของเงื่อนไขข้อบังคับที่  $i$  ซึ่งเป็นค่าคงที่ของปริมาณทรัพยากรที่มีอยู่ อย่างไรก็ตาม หน่วยของ  $a_{ij}$  และ  $b_i$  ต้องมีหน่วยเหมือนกัน เช่น กิโลกรัม นาที บาท เมตร เป็นต้น อีกทั้งเครื่องหมายของเงื่อนไขข้อบังคับ สามารถเขียนในรูป = หรือ  $\leq$  หรือ  $\geq$  ตามเงื่อนไขที่เหมาะสม

กรณีโรงงานไทยขณะนั้นพบว่ามี 2 ขั้นตอนการผลิต คือ การขึ้นรูปชิ้นส่วนและการบรรจุภัณฑ์ การขึ้นรูปชิ้นส่วนและบรรจุภัณฑ์ของพัดลมใช้เวลา 0.5 และ 2 ชั่วโมง ตามลำดับ ส่วนการขึ้นรูปชิ้นส่วนและบรรจุภัณฑ์เครื่องปรับอากาศใช้เวลา 2 และ 3 ชั่วโมง ตามลำดับ ในแต่ละเดือนโรงงานมีเวลาที่ใช้ในการขึ้นรูปชิ้นส่วนและบรรจุภัณฑ์ 300 และ 900 ชั่วโมง ตามลำดับ ดังนั้น เงื่อนไขข้อบังคับของกำหนดการเชิงเส้นแสดงดังนี้

เงื่อนไขบังคับ

$$0.5X_1 + 2X_2 \leq 300 \quad \text{เงื่อนไขจากการขึ้นรูปชิ้นส่วน}$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 900 \quad \text{เงื่อนไขจากการบรรจุภัณฑ์}$$

**4. ข้อจำกัด (Restriction)** เป็นขอบเขตของตัวแปรที่ต้องมีค่าที่ไม่เป็นลบ (หรือ  $X_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$ )

สำหรับตัวแบบของกำหนดการเชิงเส้นในรูปแบบทั่วไป ทั้งที่อยู่ในรูปฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่มีค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด แสดงดังนี้

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$$\text{Max } Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_nX_n \quad (\text{หรือ } \text{Min } Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_nX_n)$$

เงื่อนไขบังคับ

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n (= \text{หรือ } \leq \text{ หรือ } \geq) b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n (= \text{หรือ } \leq \text{ หรือ } \geq) b_2$$

⋮

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n (= \text{หรือ } \leq \text{ หรือ } \geq) b_m$$

และสามารถเขียนตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น เพื่อคำนวณหาผลลัพธ์ของ  $X_1$  และ  $X_2$  ของโรงงานไทยขณะนี้

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$$\text{Max } Z = 550X_1 + 2,000X_2$$

เงื่อนไขบังคับ

$$0.5X_1 + 2X_2 \leq 300$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 900$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

## แนะนำโปรแกรม PHPSimplex

การหาผลเฉลยของกำหนดการเชิงเส้นมีอยู่หลายวิธี ได้แก่ วิธีกราฟ (Graphical Method) วิธีซิมเพล็กซ์ (Simple Method) วิธีบี๊กเอ็ม (Big-M Method) และวิธีทูเฟส (Two-phase Method) สำหรับขั้นตอนในการหาผลเฉลยจากวิธีการเหล่านั้นไม่ใช่เป้าหมายของบทความนี้ ผู้ที่สนใจสามารถค้นคว้าได้จากตำราที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) การวิเคราะห์เชิงปริมาณ (Quantitative Analysis) หรือตัวแบบคณิตศาสตร์เชิงเส้น (Linear Mathematical Modelling) นอกจากนี้ ในส่วนของวิธีซิมเพล็กซ์ วิธีบี๊กเอ็ม และวิธีทูเฟส ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับเมทริกซ์ (Matrix) ในเรื่องการดำเนินงานตามแถวเบื้องต้น (Elementary Row Operation: ERO) ส่วนวิธีกราฟนั้นเหมาะกับปัญหาที่มี 2 ตัวแปรการตัดสินใจ ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่ซับซ้อน แต่ไม่ใช่วิธีทั่วไปในการหาผลเฉลย

ในตอนนี้จะแนะนำ PPHPSimplex เป็นโปรแกรมออนไลน์ที่ไม่มีค่าใช้จ่าย (Free Online Program) เหมาะสำหรับการหาผลเฉลยของกำหนดการเชิงเส้น การเรียกใช้โปรแกรมงานมีความง่ายและสะดวกทั้งอุปกรณ์คอมพิวเตอร์และโทรศัพท์มือถือ เริ่มจากการพิมพ์ <http://www.phpsimplex.com> จะได้ดังภาพที่ 2 ซึ่งเว็บไซต์เป็นเวอร์ชัน 0.81 พัฒนาขึ้นโดย Granja and Ruiz (n.d.) เมื่อแรกเข้าโปรแกรมแสดงภาษาเป็นภาษาสเปน แต่สามารถเปลี่ยนเป็นภาษาอังกฤษ ภาษาฝรั่งเศส และภาษาโปรตุเกสได้

**PPHSimplex**  
Optimizando recursos con Programación Lineal

Inicio PPHPSimplex Investigación Operativa Teoría Ejemplos George B. Dantzig Idioma

### PPHSimplex

PPHSimplex es una herramienta online para resolver problemas de programación lineal. Su uso es libre y gratuito. Para acceder a ella basta con pulsar sobre el icono que aparece a la izquierda, o sobre «PPHSimplex» en el menú superior.

PPHSimplex es capaz de resolver problemas mediante el método Simplex, el método de las Dos Fases, y el método Gráfico, y no cuenta con limitaciones en el número de variables de decisión ni en las restricciones de los problemas.

Esta herramienta está pensada para ayudar a los estudiantes en su aprendizaje ya que no solo muestra los resultados finales sino también las operaciones intermedias. También ofrece la solución directa para uso de profesionales. Otras de sus ventajas son que no precisa de ningún lenguaje para enunciar el problema, ofrece una interfaz amigable, es cercano al usuario, de manejo fácil e intuitivo, no es necesario instalar nada para poder usarlo, y está disponible en varios idiomas (si desea que PPHPSimplex esté en su idioma [póngase en contacto con nosotros](#)).

Está disponible también un [manual de ayuda de PPHPSimplex](#) para aprender rápidamente a utilizar la herramienta.

Además en esta página encontrará teoría de los métodos utilizados, casos especiales a tener en cuenta, ejemplos de problemas resueltos paso a paso, una comparación entre el método Simplex y el método Gráfico, historia de la Investigación Operativa, etc.

Biografía y entrevista a George Bernard Dantzig, matemático norteamericano que desarrolló el Método Simplex. [Aprender más](#)

Fundamentos y consideraciones técnicas de los métodos Simplex, de las Dos Fases, y Gráfico, modelado de problemas, y ejemplos desarrollados paso a paso. [Aprender más](#)

Historia de la Investigación Operativa, tipos de programación lineal, y casos reales y beneficios obtenidos de su uso. [Aprender más](#)

Copyright ©2006-2020 PPHPSimplex. Todos los derechos reservados. Términos y condiciones.

ภาพที่ 2 หน้าเว็บไซต์ <http://www.phpsimplex.com>

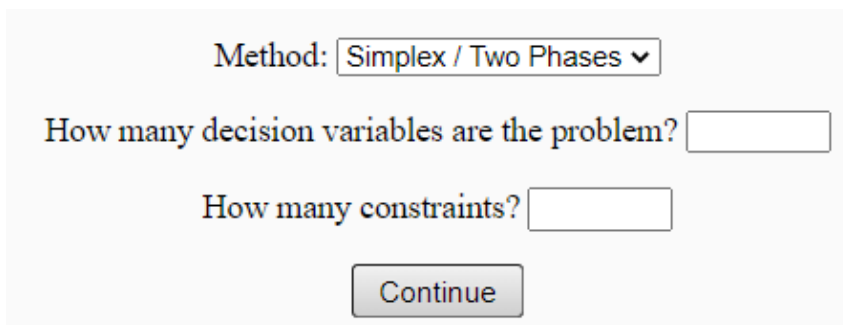


ภาพที่ 3 แถบเครื่องมือ

สำหรับแถบเครื่องมือ (Toolbar) ในภาพที่ 3 (หลังจากที่เปลี่ยนเป็นภาษาอังกฤษแล้ว) ประกอบด้วยหัวข้อย่อยๆ โดยมีรายละเอียดของแต่ละหัวข้อดังนี้

1. Home เป็นหน้าต่างเริ่มต้น ทำหน้าที่อธิบาย PHPSimplex ว่าเป็นโปรแกรมในการใช้หาผลลัพธ์ของปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้น สามารถแสดงผลลัพธ์สุดท้ายของปัญหา และยังสามารถแสดงผลลัพธ์ในแต่ละขั้นตอนได้อีกด้วย และเมื่อคลิกที่ user's guide จะมีคำแนะนำในการช่วยเหลือให้ใช้ PHPSimplex ได้สะดวกและเข้าใจง่ายขึ้น ผ่านการนำเสนอตัวอย่างการคำนวณเพื่อหาผลเฉลย

2. PHPSimplex เป็นเมนูที่เข้าสู่การใช้งานเพื่อคำนวณ โดยเมื่อคลิกที่ PHPSimplex จะปรากฏหน้าต่าง ดังภาพที่ 4 อธิบายรายละเอียด คือ 1) Method ต้องระบุวิธีการในการหาผลลัพธ์ โดยสามารถเลือก Simplex/Two Phases (วิธีซิมเพล็กซ์แบบทูเฟส) หรือ Graphical (วิธีกราฟ) 2) How many decision variables are the problem? เป็นการถามถึงจำนวนตัวแปรตัดสินใจว่ามีจำนวนตัวแปรเท่าไร หากตัวแปรการตัดสินใจ คือ  $X_1$  และ  $X_2$  ให้เติม 2 ในช่องรับค่า และ 3) How many constraints? เป็นการถามถึงว่าเงื่อนไขบังคับว่ามีจำนวนกี่เงื่อนไข ถ้าจำนวนเงื่อนไขบังคับทั้งหมด 3 เงื่อนไข ให้เติม 3 ในช่องรับค่า



ภาพที่ 4 หน้าต่างเมื่อคลิกที่ PHPSimplex

3. Operations Research เป็นหน้าต่างที่อธิบาย 2 หัวข้อย่อย คือ ประวัติ (History) และ กรณีศึกษา (Real Cases) โดยเป็นปัญหาในสถานการณ์จริง โดยเฉพาะปัญหาที่เกี่ยวกับกำไรหรือต้นทุนที่ต้องการคำตอบที่เหมาะสมที่สุด โดยส่วนของประวัตินั้นได้มีการกล่าวหาว่าวิชาการวิจัยดำเนินงาน (Operations Research)

4. Theory เป็นหน้าต่างที่อธิบายถึงทฤษฎีในทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ทั้งหมด 4 หัวข้อ คือ 1) ตัวแบบของปัญหา 2) วิธีซิมเพล็กซ์ 3) วิธีซิมเพล็กซ์แบบทูเฟส และ 4) วิธีกราฟ

5. Example เป็นหน้าต่างที่อธิบายถึงตัวอย่างต่างๆ ของ 3 เรื่องหลักๆ นั่นคือ ตัวแบบของปัญหาวิธีซิมเพล็กซ์และวิธีกราฟ เป็นการยกตัวอย่างพร้อมทั้งให้ขั้นตอนและภาพประกอบ เพื่อให้ช่วยต่อการทำความเข้าใจในการหาผลลัพธ์และการใช้โปรแกรม

6. Gorge B Dantzig เป็นหน้าต่างที่กล่าวถึงประวัติของ จี ดี เดนท์ซิก บุคคลที่ได้ทุ่มเทและพัฒนาวิธีซิมเพล็กซ์ในปี ค.ศ. 1947 รวมถึงบทสัมภาษณ์ที่ได้เคยสัมภาษณ์ จี ดี เดนท์ซิก

### ตัวอย่างการคำนวณด้วยโปรแกรม PHPSimplex

ในส่วนนี้จะแสดงการใช้โปรแกรม PHPSimplex ในการหาผลเฉลยจาก 2 ตัวอย่างในปัญหาค่าสูงสุดและปัญหาค่าต่ำสุด พร้อมคำอธิบายผลลัพธ์จากวิธีกราฟและวิธีทูปเฟส

**ตัวอย่างที่ 1** กรณีโรงงานไทยชนะ การหาผลเฉลยของ  $X_1$  และ  $X_2$  เมื่อ  $X_1$  และ  $X_2$  คือ จำนวนของการผลิตพัดลมและจำนวนของการผลิตเครื่องปรับอากาศ ตามลำดับ เนื่องจากมี 2 ตัวแปร และ 2 เงื่อนไขบังคับ ดังนั้นจากภาพที่ 4 ให้เติมช่องรับค่าของ How many decision variables are the problem? ด้วยเลข 2 และเติมช่องรับค่าของ How many constraints? ด้วยเลข 2 ดังภาพที่ 5 แล้วคลิก Continue จะได้น้ำต่างดังภาพที่ 6

Method:

How many decision variables are the problem?

How many constraints?

ภาพที่ 5 หน้าต่างของปัญหาโรงงานไทยชนะ

Which is the objective of the function?

Function:   $X_1$  +   $X_2$

Constraints:

$X_1$  +   $X_2$

$X_1$  +   $X_2$

$X_1, X_2 \geq 0$

ภาพที่ 6 ผลลัพธ์ต่อเนื่องจากภาพที่ 5

จากภาพที่ 6 เลือกฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (เช่นเดียวกับกรณีโรงงานไทยชนะ) เป็น Maximize (ในกรณีที่ปัญหาค่าต่ำสุดจะเลือก Minimize) หลังจากนั้นนำสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันวัตถุประสงค์และสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัดสินใจ ใส่ลงในช่องข้อมูลที่รับค่า ดังภาพที่ 7 เมื่อคลิก Continue จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 8

Which is the objective of the function?

Function:   $X_1$  +   $X_2$

Constraints:

$X_1$  +   $X_2$


$X_1$  +   $X_2$

$X_1, X_2 \geq 0$

ภาพที่ 7 สัมประสิทธิ์ของโรงงานไทยชนะ

The problem is converted to canonical form by adding slack, surplus and artificial variables as appropriate (show/hide details)

- As the constraint 1 is of type ' $\leq$ ' we should add the slack variable  $X_3$ .
- As the constraint 2 is of type ' $\leq$ ' we should add the slack variable  $X_4$ .

<p>MAXIMIZE: <math>Z = 550 X_1 + 2000 X_2</math></p> <p>subject to</p> <p><math>0.5 X_1 + 2 X_2 \leq 300</math></p> <p><math>2 X_1 + 3 X_2 \leq 900</math></p> <p><math>X_1, X_2 \geq 0</math></p>		<p>MAXIMIZE: <math>Z = 550 X_1 + 2000 X_2 + 0 X_3 + 0 X_4</math></p> <p>subject to</p> <p><math>0.5 X_1 + 2 X_2 + 1 X_3 = 300</math></p> <p><math>2 X_1 + 3 X_2 + 1 X_4 = 900</math></p> <p><math>X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0</math></p>
--	---	--

We'll build the first tableau of the Simplex method.

ภาพที่ 8 ผลลัพธ์ต่อเนื่องจากภาพที่ 7

ภาพที่ 8 เป็นผลลัพธ์จากการประมวลผลของตัวแบบของโรงงานไทยชนะ และด้วยวิธีหุเฟสตัวแบบจะถูกจัดให้อยู่รูปแบบมาตรฐาน (Standard Form) โดยสามารถเลือกดังนี้

1. จากภาพที่ 8 หากคลิกที่ Continue โปรแกรมจะแสดงผลการหารผลลัพธ์ที่ละขั้นตอนดังภาพที่ 9 โดยเป็นการผลลัพธ์ด้วยวิธีหุเฟส ในกรณีโรงไทยชนะจะมีการทำซ้ำทั้งหมด 3 ครั้ง

โดยที่ Base แทนตัวแปรเบสิส (Basis)

$C_b$  แทนสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเบสิส (Basis Variable)

$P_0$  แทนค่าทางด้านขวามือ

$P_1, P_2, P_3, P_4$  แทน  $X_1, X_2, X_3, X_4$  ตามลำดับ



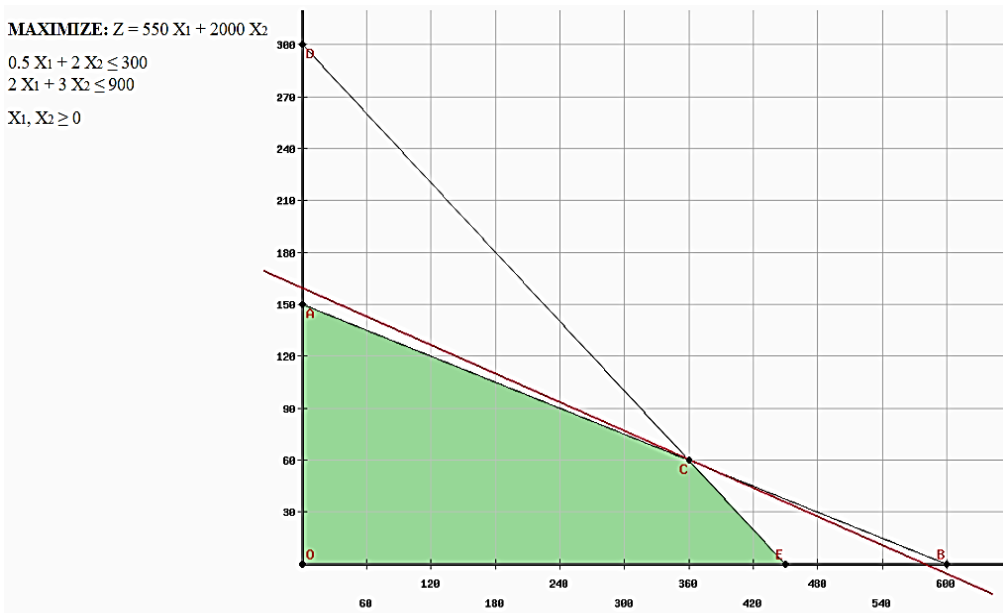
ตารางที่ 1 (Tableau 1) ในภาพที่ 9 คือขั้นตอนในการเลือกตัวแปร  $P_2$  ไปแทน  $P_3$  ในตัวแปรเบสิส ส่วนตารางที่ 2 (Tableau 2) เป็นการเลือก  $P_1$  ไปแทน  $P_4$  และตารางที่ 3 (Tableau 3) คือ ผลลัพธ์ที่  $Z = 318,000$  ซึ่งเป็นค่าสูงสุด เนื่องจากค่า  $Z$  ของ  $P_1, P_2, P_3, P_4$  ทุกค่าไม่เป็นลบ แต่หากค่า  $Z$  ของ  $P_1, P_2, P_3, P_4$  บางค่าเป็นลบ ต้องมีการทำซ้ำเพื่อปรับปรุงผลลัพธ์ นอกจากนี้ หากทำเครื่องหมาย ✓ ที่ Show results as fractions. ผลในหน้าต่างจะแสดงในรูปเศษส่วน

Tableau 1							Tableau 2							Tableau 3						
Base	$C_b$	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	Base	$C_b$	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	Base	$C_b$	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$P_3$	0	150	0.25	1	0.5	0	$P_2$	2000	150	0.25	1	0.5	0	$P_2$	2000	60	0	1	0.8	-0.2
$P_4$	0	450	1.25	0	-1.5	1	$P_4$	0	450	1.25	0	-1.5	1	$P_1$	550	360	1	0	-1.2	0.8
<b>Z</b>				-2000	0	0	<b>Z</b>		300000	-50	0	1000	0	<b>Z</b>		318000	0	0	940	40

Show results as fractions. The leaving variable is  $P_3$  and entering variable is  $P_2$ .
  Show results as fractions. The leaving variable is  $P_4$  and entering variable is  $P_1$ .
  Show results as fractions. The optimal solution value is  $Z = 318000$   
 $X_1 = 360$   
 $X_2 = 60$

ภาพที่ 9 ผลเฉลยจากภาพที่ 7 แสดงที่ละขั้นตอน

สำหรับตัวอย่างนี้  $X_1 = 360$  และ  $X_2 = 60$  หมายความว่าโรงงานควรผลิตพัดลม 60 เครื่อง และผลิตเครื่องปรับอากาศ 360 เครื่อง จะทำให้ได้กำไรสูงสุด 318,000 บาท และเนื่องจากตัวอย่างของโรงงานไทยขณะมีเพียง 2 ตัวแปร จึงสามารถแสดงผลด้วยวิธีกราฟได้ด้วย เมื่อคลิก Solve using the Graphical method ผลที่ได้ดังภาพที่ 10 ซึ่งจะเห็นว่าพื้นที่สี่เหลี่ยม OACE คือ บริเวณผลเฉลย และจุดมุมที่ให้ค่า  $Z$  สูงสุด คือ C



ภาพที่ 10 ผลลัพธ์จากภาพที่ 7 ด้วยวิธีกราฟ

2. จากภาพที่ 8 หากคลิก Direct Solution ผลที่ได้จะแสดงดังภาพที่ 11 โดยจะข้ามขั้นตอนในภาพที่ 9

Show results as fractions.

The optimal solution value is  $Z = 318000$   
 $X_1 = 360$   
 $X_2 = 60$

ภาพที่ 11 ผลลัพธ์จากภาพที่ 7 คลิกที่ Direct Solution ในภาพที่ 8

3. จากภาพที่ 8 หากคลิก Save the exercise โปรแกรม PHPSimplex จะเก็บข้อมูลที่ได้กำหนดสัมประสิทธิ์ไว้ และสามารถเรียกกลับมาใช้ใหม่ได้อีกครั้ง

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดตัวแบบของกำหนดการเชิงเส้น ดังนี้

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$$\text{Min } Z = 15X_1 + 12X_2 + 9X_3 + 10X_4$$

เงื่อนไขบังคับ

$$2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + 5X_4 \leq 3,000$$

$$X_1 + 9X_2 + 7X_3 + 7X_4 \leq 4,000$$

$$2X_2 + 3X_3 \geq 500$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1,000$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นในตัวอย่างที่ 2 แสดงดังภาพที่ 12 ในกรณีที่มีมากกว่า 2 ตัวแปร ต้องใช้วิธีแบบทูลเฟสเท่านั้น เมื่อคลิก Continue ในภาพที่ 12 จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 13 (ซึ่งเป็นรูปแบบมาตรฐานของตัวอย่างที่ 2) ในกรณีนี้จะเลือกคลิกที่ Direct Solution และได้ผลลัพธ์ของตัวอย่างที่ 2 ดังภาพที่ 14

Which is the objective of the function?

Function:   $X_1$  +   $X_2$  +   $X_3$  +   $X_4$

Constraints:

$X_1$  +   $X_2$  +   $X_3$  +   $X_4$


$X_1$  +   $X_2$  +   $X_3$  +   $X_4$

$X_1$  +   $X_2$  +   $X_3$  +   $X_4$

$X_1$  +   $X_2$  +   $X_3$  +   $X_4$

$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

ภาพที่ 12 ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นของตัวอย่างที่ 2

<p><b>MINIMIZE:</b> <math>Z = 15 X_1 + 12 X_2 + 9 X_3 + 10 X_4</math></p> <p>subject to</p> <p><math>2 X_1 + 3 X_2 + 4 X_3 + 5 X_4 \leq 3000</math>  <math>1 X_1 + 9 X_2 + 7 X_3 + 7 X_4 \leq 4000</math>  <math>0 X_1 + 2 X_2 + 3 X_3 + 0 X_4 \geq 500</math>  <math>1 X_1 + 1 X_2 + 1 X_3 + 1 X_4 = 1200</math>  <math>X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0</math></p>		<p><b>MAXIMIZE:</b> <math>Z = -15 X_1 - 12 X_2 - 9 X_3 - 10 X_4 + 0 X_5 + 0 X_6 + 0 X_7 + 0 X_8 + 0 X_9</math></p> <p>subject to</p> <p><math>2 X_1 + 3 X_2 + 4 X_3 + 5 X_4 + 1 X_5 = 3000</math>  <math>1 X_1 + 9 X_2 + 7 X_3 + 7 X_4 + 1 X_6 = 4000</math>  <math>0 X_1 + 2 X_2 + 3 X_3 - 1 X_7 + 1 X_8 = 500</math>  <math>1 X_1 + 1 X_2 + 1 X_3 + 1 X_4 + 1 X_9 = 1200</math>  <math>X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9 \geq 0</math></p>
---	---	--

We'll build the first tableau of Phase I from Two Phase Simplex method.

Continue

Direct Solution

Save the exercise

ภาพที่ 13 รูปแบบมาตรฐานของกำหนดการเชิงเส้นของตัวอย่างที่ 2

Show results as fractions.

There is any possible solution for the problem, so we can continue to Phase II to calculate it.

The optimal solution value is  $Z = 16200$

$X_1 = 800$   
 $X_2 = 200$   
 $X_3 = 200$   
 $X_4 = 0$

ภาพที่ 14 ผลเฉลยของตัวอย่างที่ 2

จากภาพที่ 14 จะพบว่า  $X_1 = 800$  ,  $X_2 = X_3 = 200$  และ  $X_4 = 0$  จะทำให้  $Z = 16,200$  เป็นค่าที่ต่ำที่สุด

### บทสรุปและการนำไปใช้

บทความนี้ต้องการนำเสนอการนำโปรแกรม PHPSimplex เป็นโปรแกรมออนไลน์ที่ไม่เสียค่าใช้จ่าย ในการนำไปหาผลเฉลยของกำหนดการเชิงเส้น เหมาะกับผู้ที่ต้องการหาคำตอบโดยเฉพาะใน ส่วนที่เป็นนักเรียน นิสิต นักศึกษา และผู้วิจัยในการหาคำตอบของตัวแบบที่เป็นปัญหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

โปรแกรม PHPSimplex เหมาะกับตัวแบบที่ไม่มีตัวแปรมากเกินไปนัก (ไม่ควรเกิน 10 ตัวแปร) สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานทั้งในการเรียนการสอนและการวิจัย ดังนี้

1. ช่วยในการฝึกทำแบบฝึกหัดในการเรียนวิชาที่ต้องใช้กำหนดการเชิงเส้นในการแก้ปัญหา ทั้งใน ส่วนวิชาคณิตศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ บริหารธุรกิจ สถิติ ฯลฯ

2. ในกรณีที่มี 2 ตัวแปร โปรแกรมสามารถให้วิธีการกราฟในการแก้ปัญหาของกำหนดการเชิงเส้น ช่วยให้เข้าใจแนวคิดในการหาคำตอบของกำหนดการเชิงเส้น

3. บทความนี้ไม่ได้เน้นวิธีซิมเพล็กซ์ทั้งในส่วนที่เป็นวิธีบิกเอ็มและวิธีทูเฟส อย่างไรก็ตาม ผู้ใช้โปรแกรมหากมีความรู้พื้นฐานของวิธีการดังกล่าวก็ช่วยให้เข้าถึงผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรม เพราะใน กำหนดการเชิงเส้นมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ 4 ลักษณะ คือ ผลลัพธ์ที่เหมาะสมมีเพียงค่าเดียว (Unique Optimal Solution) ผลลัพธ์ที่เหมาะสมมีหลายค่า (Alternative Optimal Solution) ผลลัพธ์ที่เป็นไปไม่ได้ (Infeasible Solution) และผลลัพธ์ที่ไม่มีขอบเขต (Unbounded Solution)

## เอกสารอ้างอิง

ราชบัณฑิตยสภา. (2558). *พจนานุกรมศัพท์สถิติศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา*. กรุงเทพมหานคร: สำนักงานราชบัณฑิตยสภา.

Bazaraa, M.S., Jarvis, J.J., Sherail, H.D. (1990). *Linear Programming and Network Flows*. New York: John Wiley and Sons.

Dantzig, G. B. (1963). *Linear Programming and Extensions*. New Jersey: Princeton University Press.

Dantzig, G. B. (1965). *Operations Research in the World of Today and Tomorrow*. Retrieved June 30, 2020, from <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/614579.pdf>

Granja, D. I. and Ruiz, J. J. R. (n.d.). Retrieved June 31, 2020, from <http://www.phpsimplex.com/>

Klee, V. and Minty, J.G. (1972). *How good is the simplex algorithm*. New York-London: Academic Press.

O'Connor, J. J. and Robertson, E. F. (2003). *George Dantzig*. Retrieved June 30, 2020, from [http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Dantzig\\_George.html](http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Dantzig_George.html)